

LYCEE SECONDAIRE
9 AVRIL 1938
Sidi Bouzid

Série:
3^{ème} année T & SC

Dénombrement

Exercice n°1:

Une urne contient 12 boules: 5 blanches, 4 noires et 3 vertes
On tire successivement et sans remise 3 boules de l'urne. Déterminer le nombre de possibilités d'avoir:

1. Exactement deux boules blanches
2. Au moins une boules noire
3. Au plus une boules blanche
4. une seule couleur
5. les trois couleurs
6. Exactement deux couleurs
7. la 1^{ère} boule tirée est blanche
8. la 2^{ème} boule tirée est noire
9. la 3^{ème} boule tirée est verte
10. La 1^{ère} boule blanche obtenue est la 2^{ème} boule tirée

Exercice n°2:

La même urne que celle de l'exercice n°1. On tire simultanément 3 boules de l'urne

1. Quel est le nombre de possibilités d'avoir au moins une boule noire?
2. Quel est le nombre de possibilités d'avoir exactement une seule couleur?
3. Quel est le nombre de possibilités d'avoir exactement les trois couleurs?
4. Déduire le nombre de possibilités d'avoir exactement deux couleurs

Exercice n°3:

Une urne contient 5 boules blanches et 3 boules noires.

1. On tire simultanément 3 boules de l'urne. Déterminer le nombre de tirages comportant:
 - a. Deux boules blanches et une noire
 - b. Des boules de couleurs différentes
2. On tire successivement et avec remise 3 boules de l'urne. Déterminer le nombre de tirages comprenant:
 - a. Deux boules blanches et une boule noire dans cet ordre
 - b. deux boules blanches et une boule noire dans un ordre quelconque.
3. Répondre aux mêmes questions avec un tirage successif et sans remise

Exercice n°4:

Une urne contient n boules noires numérotées de 1 à n et n boules blanches numérotées de 1 à n. On tire simultanément n boules de l'urne.

1. Combien y a-t-il de tirages distincts?
2. Combien y a-t-il de tirages comprenant p boules noires $0 \leq p \leq n$?
3. Déduire de ce qui précède une écriture simple de la somme:

$$\binom{n}{n}^2 + \binom{n}{n-1}^2 + \binom{n}{n-2}^2 + \dots + \binom{n}{1}^2$$

Exercice n°5:

Dans un plan, on donne n droites deux à deux sécantes et telles que trois quelconques d'entre elles ne soient pas concourantes.

1. Quel est le nombre des points d'intersection?
2. Quel est le nombre des triangles déterminés par les n droites?
3. Pour quelle valeurs de n le nombre de points d'intersection est-il égal au nombre de triangles?

Exercice n°6:

1. Dans un plan, on donne n points ($n \geq 3$) trois quelconques d'entre eux n'étant pas alignés.
 - a. Combien ces points déterminent-ils de droites?
 - b. Combien existe-t-il de triangles ayant leurs sommets en ces points?
2. Déterminer le nombre de diagonales d'un polygone convexe à n sommets?

Fonction polynome du second degré

Exercice1:

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par: $f(x)=x^2-3x+2$. On désigne par C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j})

1. Etudier les variations de f
2. Montrer que la droite: $D:x=\frac{3}{2}$ est un axe de symétrie pour C_f
3. Représenter la courbe C_f
4. a. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geq 0$
 b. Déduire une restriction dans le même repère la courbe de $|f(x)|$
 c. Construire la courbe de $f(|x|)$

Problème1:

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = \frac{1}{4}x^2 - x$.

- 1) Etudier f et tracer sa courbe représentative (C_0) dans le plan P rapporté à un repère $ON (O, \vec{i}, \vec{j})$
- 2) Soit le point $F(2 ; 0)$ et D la droite d'équation : $y = -2$
 Démontrer que $M(x ; y)$ est un point de (C_0) si et seulement si : $d(M ; D) = MF$.
- 3) a) Donner l'équation de la tangente (T) à (C_0) au point M_0 d'abscisse x_0 .
 b) Démontrer qu'il existe deux tangentes (T') et (T'') à (C_0) issues du point $A(2, -2)$.
 Préciser les coordonnées des points de contact M_0' et M_0'' .
 c) Montrer que $(T') \perp (T'')$ et vérifier que $(M_0'M_0'')$ passe par F .
- 4) Soit (D_m) la droite passant par F et de coefficient directeur m .
 - a) Donner l'équation cartésienne de (D_m) .
 - b) Montrer que les abscisses des points d'intersection de (D_m) et (C_0) sont les solutions de l'équation : $x^2 - 4(m+1)x + 8m = 0$.
 - c) Montrer que pour tout m réel la droite (D_m) coupe (C_0) en deux points distincts M_1 et M_2 .
 - d) Montrer que les tangentes (T_1) et (T_2) à (C_0) respectivement aux points M_1 et M_2 sont perpendiculaires.